

### Stare zadania sprzed dwóch tygodni

-1. Dany jest graf skierowany. Ile minimalnie krawędzi trzeba dodać, by był silnie spójny?

-2. Dany jest spójny graf nieskierowany z wyróżnionym wierzchołkiem  $u$ . Dla każdego innego wierzchołka  $v$  powiedzieć, na ile sposobów można usunąć z tego grafu jedną krawędź, by wierzchołki  $u$  i  $v$  były w różnych spójnych składowych.

-3. To samo, ale na ile sposobów można usunąć jedną krawędź.

-4. Znaleźć wierzchołek, którego usunięcie spowoduje rozpad na największą możliwą liczbę spójnych składowych.

-5. Dana jest mapa miasta  $500 \times 500$ , każde pole jest kontrolowane przez jedną z mafii. Pola kontrolowane przez jedną mafię są spójne (pola sąsiadują jeśli mają wspólny bok). Mafia jest duża, jeśli ma przynajmniej  $K$  pól. Pole w mieście jest niebezpieczne, jeśli należy do dużej mafii lub istnieje taka duża mafia, że nie da się opuścić miasta z tego pola nie przechodząc przez jakieś pole tej mafii. Ile jest niebezpiecznych pól w tym mieście?

-6. Są rycerze, niektórzy się lubią, niektórzy nie, jest co najwyżej 1 000 rycerzy. Poprawnym usadzeniem rycerzy (niekoniecznie wszystkich) przy okrągłym stole nazywamy takie usadzenie przynajmniej 3 rycerzy, że każdy siedzi obok dwójki rycerzy, które zna, oraz przy stole siedzi nieparzyście wielu rycerzy. Wyznacz liczbę rycerzy, którzy nigdy nie usiądą przy okrągłym stole, tj. nie istnieje takie usadzenie zawierające ich.

### Zadania z dynamików

1. Dany jest graf o  $n \leq 20$  wierzchołkach. Ile ma on różnych cykli Hamiltona (czyli cykli, które przez każdy wierzchołek przechodzą dokładnie raz).

2. Wróżbita planuje grać na giełdzie przez  $m \leq 100$ . Na giełdzie notowane jest  $n \leq 8$  spółek, każdego dnia akcje mają inną cenę nie większą niż  $10^9$ . Wróżbita zna ceny wszystkich akcji przez wszystkie dni. Ma na początku  $c \leq 10^{12}$  pieniędzy i każdego dnia może albo sprzedać jedną akcję, albo kupić jedną akcję, albo nic nie robić. Po  $m$  dniach chce nie mieć żadnej akcji, i mieć jak najwięcej pieniędzy. Jak ma grać?

3. Dany jest graf o  $n \leq 10$  wierzchołkach. Chcemy przypisać wierzchołkom numery od 1 do  $n$ , tak, by dla każdej krawędzi, numery końców tych krawędzi się nie różniły o więcej niż o 3.

4. Zadanie trzecie, ale dla  $n \leq 50$ .

5. Robot naprawia mur. W murze jest  $n \leq 1000$  dziur, znamy ich współrzędne  $x$ -owe, mur to jedna linia. Robot porusza się z prędkością 1, znamy jego pozycję startową. Każda dziura ma swój koszt załatania początkowy, oraz koszt o

jaki droższe załatanie jej z każdą jednostką czasu. Ile najmniej wydamy na całą naprawę? Robot, jak dojedzie do dziury, łąta ją natychmiast. Współrzędne są do 500 000, koszty i przyrosty kosztów są do 50 000.

**6.** Ufoludek ma  $1 \leq n \leq 600$  zębów w  $1 \leq k \leq n$  dziasłach. Każdy ząb jest zepsuty. Za naprawę zęba  $i$  płaci  $A_i$ . Dodatkowo, jeśli ma cokolwiek naprawiane w dziasle  $j$ , dziasło to musi być znieczulone, co kosztuje  $B_j$ . Ufoludek ma  $1 \leq P \leq 1\,000\,000$  ufolarów. Ile zębów może mieć naprawione?

**7.** Jest  $1 \leq n \leq 1\,000$  pudełek z bombkami. Każde pudełko ma swoją wagę i wytrzymałość, czyli jaki maksymalny ciężar można postawić na gorze pudełka. Jaka najwyższa piramida z pudełek potrafimy zbudować?