

Geometria

środa, 17 stycznia 2007

We wszystkich zadaniach zakładamy, że współrzędne są liczbami całkowitymi z przedziału $[-10^9, 10^9]$. Każdy obiekt w każdym zadaniu jest liczony z brzegiem.

1. Mamy $n \leq 100\,000$ oaz na pustyni. Chcemy w jednej z nich postawić antenę, tak, by nadawała do wszystkich pozostałych oaz. Antena nadaje w kącie o rozwartości 90° , środkiem w antenie i dowolnym ustawieniu kąta. W których oazach można postawić antenę?

2. Mamy wielokąt wypukły o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach i $m \leq 100\,000$ punktów. O każdym punkcie powiedzieć, czy jest we wnętrzu tego wielokąta.

3. Mamy wielokąt niekoniecznie wypukły o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach i punkt. Czy jest on we wnętrzu tego wielokąta? W tym zadaniu współrzędne są w przedziale $[-10^8, 10^8]$.

4. Mamy dany wielokąt o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach. Policz jego pole.

5. Dane jest $n \leq 1\,000$ punktów na płaszczyźnie. Przez ile maksymalnie może przechodzić jedna prosta?

6. Dane jest $n \leq 100$ okręgów o tym samym promieniu na płaszczyźnie. Ile maksymalnie możemy przeciąć jedną prostą?

7. Dane jest $n \leq 100\,000$ prostokątów na płaszczyźnie, żaden z nich nie zawiera punktu $(0, 0)$. Ile maksymalnie prostokątów przestrelimy strzelając z $(0, 0)$?

8. Mamy $n \leq 100\,000$ odcinków poziomych lub pionowych. Ile jest przecięć?

9. *Głupie Elfy.* Na płaszczyźnie jest $n \leq 100\,000$ kwadratów o bokach równoległych do osi układu współrzędnych. Mamy też $m \leq 100\,000$ punktów, żaden nie należy do żadnego kwadratu. Chcemy z pierwszego punktu nadać informację do ostatniego. Informację nadaje się pomiędzy zaznaczonymi punktami w liniach prostych o nachyleniu 45° do osi układu współrzędnych, informacja nie może dotknąć żadnego kwadratu. Ile minimalnie punktów pośrednich musimy mieć w przekazaniu informacji?

10. Mamy $n \leq 60\,000$ nieprzecinających się obwodów prostokątów na płaszczyźnie. Podaj posortowane pola wszystkich kawałków na jakie płaszczyznę kroją te obwody.

11. Mamy $n \leq 20\,000$ poziomych i pionowych odcinków, o sumarycznej długości $M \leq 1\,000\,000$. Z punktu (x, y) pod kątem 45° do osi układu współrzędnych puszcza kulkę, która porusza się w tempie $\sqrt{2}$ na sekundę. Gdzie będzie po czasie $T \leq 10^{18}$?

12a. Mamy $n \leq 50$ punktów w przestrzeni. Które z nich leżą na brzegu wielościanu rozpiętego przez te punkty?

12b. To samo zadanie dla $n \leq 200$.

12c. To samo zadanie dla $n \leq 2\,000$.

13. Mamy dany wielościan w przestrzeni o $n \leq 1\,000$ ścianach i $m \leq 1\,000$ wierzchołkach oraz punkt. Czy punkt należy do tego wielościanu?

14. Dane jest $n \leq 100$ sfer w $\mathbb{R}_{\geq 0}^3$. Strzelamy z $(0, 0, 0)$, ile maksymalnie przestrelimy?

15. Dana jest łamana być może z samoprzecięciami, o $n \leq 100$ wierzchołkach. Żadne trzy wierzchołki nie są współliniowe. Podaj łamaną, która jest obejściem tamtej łamanej dookoła — rysuje ten sam obrazek, ale nie ma samoprzecięć, co najwyżej samodotknięcia.