

Zadanka z grafów

piątek, 19 października 2007

-1. Piotrek startuje w wielu konkursach ACM-owych z bardzo dobrymi wynikami. Jednym z bardzo ważnych elementów jego strategii jest zapieszanie i denerwowanie przeciwników piszących na tej samej sali co on. W tym celu skonstruował sobie duży licznik, na którym ogłasza innym, ile zadań już zrobił, ale, aby jeszcze bardziej objawić geniusz twórcy, licznik pokazuje liczbę zrobionych zadań w systemie o podstawie 2. Budowa licznika nie jest bardzo skomplikowana - jest to rząderek wielu tabliczek, każda ma z jednej strony narysowaną jedynkę, a z drugiej zero, każdą tabliczkę można niezależnie od innych przekręcić o 180 stopni. Tabliczki te reprezentują liczbę w systemie binarnym. Na początku konkursu licznik ustawiony jest na zero (czyli wszystkie tabliczki pokazują zero). Piotrek w momencie jak zrobi zadanie triumfalnie przestawia licznik na nową wartość, nie kręcąc bez potrzeby tabliczkami, choć czasem musi całkiem sporo tabliczek przekręcić.

Piotrek niestety w czasie ostatniego konkursu nie zajął pierwszego miejsca, mimo że zrobił całkiem sporo zadań. Obawia się, że jest to spowodowane tym, że za dużo czasu spędził na przekręcaniu tabliczek. Piotrek w czasie konkursu zrobił n zadań. Ile razy wykonał przekręcenie pojedynczej tabliczki? (włącznie z ostatnim rozwiązaniem zadaniem)

-2. Dana jest liczba $n \leq 100\,000$ i liczby $a, b \leq 1\,000\,000\,000$. Znajdź liczby (w przypadku wielu rozwiązań podać jedno) $1 \leq x, y \leq n$, spełniające warunki: $x \text{ AND } y = x$ oraz $(ax + by) \text{ XOR } (ay + bx) = x$.

-6. Dany jest ciąg $a_0 = 1$, $a_{n+1} = (a_n^2 + 17) \bmod 1\,000\,003$ oraz liczba $N \leq 1\,000\,000\,000$. Policz a_N .

-7. Dla ciągu a_1, a_2, \dots, a_n inwersją nazywamy taką parę indeksów (i, j) , że $i < j$ i $a_i > a_j$. Mając dany ciąg a_i o $n \leq 500\,000$ elementach, policz liczbę inwersji tego ciągu.

-8. W Bajtocji dostępne są tylko monety o nominałach $p, q \leq 1\,000\,000\,000$. Jakiej największej kwoty nie da się wydać tymi monetami?

-9*. W Bajtocji dostępne są tylko monety o nominałach $p, q \leq 1\,000\,000\,000$. Ilu kwot dodatnich nie da się wydać tymi monetami?

-13. Jest most, jest jedna latarka i n kolesi. Koleś o numerze i przechodzi przez most w czasie a_i , z latarką na raz może iść co najwyżej 2 kolesi, wszyscy chcą przejść. Ile minimalnie czasu zajmie im przechodzenie?

-16. Mamy dany ciąg n elementów, składający się z 0, 1 i -1 . Ile minimalnie zamian musimy wykonać, by go posortować?

-17. Mamy dany zbiór $n \leq 100\,000$ liczb i liczbę $1 \leq c \leq n$. Znajdź niepusty podzbiór tego zbioru o sumie podzielnej przez c

-A. Posortować 5 liczb używając co najwyżej 7 porównań.

-B. Z ciągu n liczb wybrać minimum i maksimum używając co najwyżej $\frac{3}{2}n$ porównań.

1. Dany jest graf o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach i $m \leq 200\,000$ krawędziach. Ile minimalnie krawędzi trzeba wyrzucić, by nie było cyklu?

2. Dany jest graf o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach i $m \leq 200\,000$ krawędziach. Czy można wierzchołki podzielić na dwie części, by krawędzie były tylko między częściami?

3. Dany jest graf o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach i $m \leq 200\,000$ krawędziach. Każda krawędź ma swoją wagę. Chcemy przejść z wierzchołka 1 do wierzchołka n tak, by najdroższa krawędź jaką odwiedzimy była jak najtańsza. Jaka będzie jej waga?

4. Mamy $n \leq 100\,000$ zmiennych x_1, x_2, \dots, x_n i chcemy im przypisać różne wartości ze zbioru $\{1, 2, \dots, n\}$. Mamy jednak dane $m \leq 200\,000$ nierówności postaci $x_i < x_j$. Wypisz jakieś przypisanie lub powiedz, że się nie da.

5. Alibaba, by otworzyć sejf, potrzebuje z złotych monet. Ma z_0 złotych, s_0 srebrnych i b_0 brązowych. Może dokonywać transakcji handlowych, każda transakcja jest zdefiniowana przez liczby $(z, s, b), (z', s', b')$ — zamienia z złotych, s srebrnych i b brązowych na z' złotych, s' srebrnych i b' brązowych. Czy otworzy sejf?

6. Mamy wiaderka o pojemnościach $A, B, C \leq 100$. Chcemy, by w jednym z wiaderk było $D \leq \max(A, B, C)$ litrów. Możemy przelewać między wiaderkami wodę, napełniać do pełna i opróżniać wiaderka. Czy się da?

7. Dane są liczby $p, q, n \leq 100\,000$. Archeolog porusza się po osi OX , zaczyna w punkcie 0 i przemieszcza się bardzo szybko z dowolnego miejsca na dowolne inne. Jeśli stanie w miejscu x w sekundzie t , to odpala pułapkę, która zabija wszystkich stojących na współrzędnych $\leq x$ w czasie $t + p$ i wszystkich stojących na współrzędnych $\geq x$ w czasie $t + q$. Czy archeolog może przeżyć n sekund?

8. Dany jest graf spójny o $n \leq 100\,000$ wierzchołkach i $m \leq 200\,000$ krawędziach. Ponumeruj krawędzie liczbami od 1 do m tak, by NWD krawędzi wychodzących z jednego wierzchołka było równe 1.