Dynamicznie a zachlannie

sroda, 29 listopada 2006

1. Rozwazamy slowa dlugosci $1 \leqslant n \leqslant 10\,000$ zawierajace tylko male literki alfabetu angielskiego. Mamy dana tablice $A[26 \times 26]$, $A[i,j] = 1$ jesli literka i nie lubi literki j, 0 wpp. Jesli literka i nie lubi literki j, to po literce i nie moze stac literka j. Ile jest taki slow, modulo 123456789?

2. Mamy dane dwa slowa $x[0 \ldots n-1]$ i $y[0 \ldots m-1]$, $1 \leqslant n, m \leqslant 2\,000$. Jaka jest dlugosc najdluszego wspolnego podciagu tych slow?

3. Mamy $1 \leqslant n \leqslant 500\,000$ warstw ocieplajajacych, kazda o stopniu grzania a_i. Chcemy je w jakiejs kolejnosci polozyc na scianie. Sciana wtedy bedzie ocieplana z sila $\sum_{i=1}^{n-1} |a_{\pi(i)} - a_{\pi(i+1)}|$, gdzie $\pi(i)$ to numer i-tej warstwy. Jaka maksymalna sile ocieplania otrzymamy?

4. Jarek i Lech tna tort. Tort to prostokat $n \times m$, $1 \leqslant n, m \leqslant 2\,000$. Kazda kratka prostokata ma swoja smakowitosc z przedzialu $[-1\,000\,000, 1\,000\,000]$. Jarek i Lech zaczynaja ciac w lewym dolnym rogu prostokatu. Na przemian kazdy z nich wykonuje ciecie o 1 w gore lub w prawo. Lech zgarnia prawa gorna polowke, a Jarek lewa dolna. Lech zaczyna. Zakladajac ze obaj graja optymalnie, ktory zgarnie jak smakowity kawalek? Smakowitosc kawalka to suma smakowitosci kratek.

5. Pakujemy walizke na wyjazd do USA. Walizka nie moze wazyc wiecej niz $1 \leqslant p \leqslant 20\,000$ gramow. Kazda rzecz, co chcemy wlozyc, ma swoja mase i przydatnosc. Mamy $1 \leqslant n \leqslant 100$ rzeczy. Chcemy wlozyc takie rzeczy, by suma ich przydatnosci byla jak najwieksza. Jaka sume przydatnosci mozemy osiagnac?

6. Kajak utrzymuje $1 \leqslant k \leqslant 1\,000\,000\,000$ kilogramow. Mamy $1 \leqslant n \leqslant 500\,000$ kolesi, kazdy ma swoja wage w_i. Kajaki sa dwuosobowe, suma masy kolesi w kajaku musi nie przekraczac k. Ile musimy miec kajakow na tych kolesi?

7. Ufoludek ma $1 \leqslant n \leqslant 600$ zebow w $1 \leqslant k \leqslant n$ dziaslach. Kazdy zab jest zepsuty. Za naprawe zeba i placi A_i. Dodatkowo, jesli ma cokolwiek naprawiane w dziasle j, dziaslo to musi byc znieczulone, co kosztuje B_j. Ufoludek ma $1 \leqslant P \leqslant 1\,000\,000$ ufolarow. Ile zebow moze miec naprawione?

8. Badamy ciag slow w starozytnym jezyku. Ciag slow to male litery alfabetu angielskiego, przedzielone spacjami. Jest co najwyzej 5 000 znakow. Dodatkowo, mamy liste wszystkich znanych slow tego jezyka; kazde slowo ma co najwyzej 20 liter, mamy co najwyzej 500 slow. W tym jezyku jest $k \leqslant 10$ czesci mowy, kazde slowo ma zdefiniowany podzbior czesci mowy, jakim moze to slowo byc. Co wiecej, mamy co najwyzej 10 znanych schematow zdan w tym jezyku, kazdy schemat zdania to ciag co najwyzej 10 czesci mowy. Na ile sposobow da sie nasz ciag slow „pozdaniowac", czyli podzielic na zdania wg schematow (jesli podzial jest taki sam, ale przyporzadkowanie schematow do zdan rozne, to jest to rozne „pozdaniowanie").

9. Mamy $1 \leqslant n \leqslant 20\,000$ diamentow. Kazdy diament ma swoja wartosc i mase. Jesli wsadzimy k diamentow o masach m_i i wartosciach w_i do pierscionka, to pierscionek ma wartosc $\frac{\sum_{i=1}^{k} w_i}{\sum_{i=1}^{k} m_i}$. Mamy dane $1 \leqslant k \leqslant n$. Jaka najwieksza wartosc moze miec pierscionek o k diamentach?

10. Jest $1 \leqslant n \leqslant 1\,000$ pudelek z bombkami. Kazde pudelko ma swoja wage i wytrzymalosc, czyli jaki maksymalny ciezar mozna postawic na gorze pudelka. Jaka najwyzsza piramide z pudelek potrafimy zbudowac?