Zadania na kółko 11.05.2006

1. Dany jest graf. Każda krawędź ma przyporządkowane dwie liczby: jakość i cenę. Należy wybrać taki podzbiór krawędzi, że graf pozostanie spójny, a suma jakości przez sumę cen będzie maksymalna. Wynik to ten iloraz. $N \approx 200$.

2. Rozważamy duży kwadrat złożony z kwadratów jednostkowych. Pomiędzy każdymi dwoma sąsiednimi kwadratami jednostkowymi jest strzałka prowadząca z jednego kwadratu do drugiego (w jednym z dwóch kierunków). Ponadto są też strzałki pomiędzy zewnętrzem kwadratu a kwadracikami znajdującymi się na brzegu, one zawsze prowadzą z zewnątrz do kwadratu. Strzałki nie są podane na wejściu (znana jest tylko długość boku kwadratu), ale można o nie pytać (rozwiązanie ma być interakcyjne, na podstawie uzyskanych odpowiedzi pyta o kolejne strzałki). Należy znaleźć kwadracik, do którego z wszystkich czterech stron wchodzą strzałki. Liczba pytań nie ma znaczenia, jednak rozwiązanie powinno działać wystarczająco szybko. Bok kwadratu $\approx 100\,000$.

3. Zagadka logiczna. Mamy do dyspozycji dwie bramki NOT, 1000 bramek AND i 1000 bramek OR. Są trzy wejścia i trzy wyjścia, na wyjściu chcemy mieć zanegowane bity z wejścia. Czy można skonstruować odpowiedni układ? (Gdyby były trzy bramki NOT, to możnaby po prostu zanegować każdy z bitów).

4. Rozważamy zabawkę: kolejkę, która jeździ po torach, tory są w kawałkach i trzeba z nich ułożyć jakąś trasę (pętlę). Mamy do dyspozycji 6 zakrętów o 60 stopni i N prostych odcinków (wszystkie tej samej długości). Na ile sposobów można z nich złożyć pętlę (nie trzeba wykorzystać wszystkich torów)? Przy porównywaniu można obracać, ale nie można odbijać.

5. Rozważamy romby powstałe przez sklejenie dwóch trójkątów równobocznych o bokach długości 1: poziomym i dwóch pod skosem 60 stopni do poziomu. Romby takie są trzy (tzn. taki sam romb tylko obrócony w trzy strony). Z pewnej liczby takich rombów złożono wielokąt (niekoniecznie wypukły). Mając dany wielokąt należy stwierdzić, z ilu rombów którego rodzaju można go złożyć (wiadomo, że się da). Wielokąt jest dany w postaci par: kierunek i długość boku, gdzie kierunek to jedna z liter ABCDEF oznaczających kolejne kierunki. Na przykład sześciokąt o boku 2 można złożyć używając czterech rombów każdego z rodzajów (na różne sposoby). Oczekiwane rozwiązanie: liniowe od liczby boków.

6. Wyszukiwanie w skompresowanym tekście. Podane są pewne przejścia postaci: literka $\rightarrow$ ciąg znaków, oprócz tego mamy tekst. Aby rozkompresować tekst należy każdą literkę w tekście, która jest w przejściach, zastąpić na ciąg, na który ona przechodzi; tę operację powtarzamy, aż żadnej literki nie będzie się już dało zamienić (a więc przejścia nie mogą być „zacyklone”). Oprócz tego mamy tekst (wzorzec), którego należy wyszukać (nieskompresowany i stosunkowo krótki). Znajdź pozycję pierwszego wystąpienia wzorca w tekście po rozkompresowaniu. Oczekiwane rozwiązanie: jak

najlepsze, byleby nie było proporcjonalne do długości tekstu po rozkompresowaniu, która może być duża.

7. Bilety lotnicze. Linia lotnicza przedstawiła pewne oferty biletów. Taka oferta składa się z ceny i kolejnych miast na trasie. Oznacza to, że można przelecieć z pierwszego miasta do drugiego, z drugiego do trzeciego, itd. Z biletu można skorzystać tylko częściowo, tzn. odbyć tylko pewien początkowy fragment podróży (ale nie można zacząć w którymś ze środkowym miast lub pominąć jakiś odcinek a dalsze wykorzystać). Nie można też latać na dwóch biletach na zmianę, najpierw lecimy pierwszym biletem, potem zaczynamy drugi i wtedy nie można już wrócić do dalszych lotów z pierwszego. Biletów każdego rodzaju jest dostępnych dowolnie dużo. Ponadto mamy podaną listę miast, z pierwszego zaczynamy i chcemy dolecieć po kolei do następnych (można przy okazji zahaczyć też o inne miasta). Ile minimalnie musimy zapłacić. Liczba ofert $\leqslant 20$, liczba miast w bilecie lub na trasie $\leqslant 10$.

8. Liczby dwucyfrowe. Mając daną liczbę należy znaleźć jej wielokrotność składającą się tylko z dwóch cyfr, najpierw pierwsza ma występować pewną liczbę razy, a potem druga (każda z nich musi wystąpić co najmniej raz). Przykładami dobrych liczb są 444411, 41, 1000000, 555556, a złych 4441144 i 4444. Wynik należy podać w postaci: pierwsza cyfra, ile razy, druga cyfra, ile razy. Np. dla 125 będzie to 5 1 0 2 a dla 2005: 2 3 5 3.

9. Rozważmy następujący sposób kompresji ciągu bitów: każdy maksymalny (tzn. taki, że nie można go w żadną stronę przedłużyć) ciąg n jedynek zastępujemy binarną reprezentacją liczby n o ile to skraca wiadomość (czyli dla $n \geqslant 3$). Dany jest pewien ciąg (długości $\leqslant 40$) oraz $L \leqslant 20000$ i J. Sprawdź, czy podany ciąg mógł być wynikiem kompresji pewnego ciągu długości L zawierającego J jedynek, a jeśli tak, to czy tylko jednego, czy też wielu.

10. Była sobie grupa ludzi, która sie rozliczała. Na początku grupa miała pewną (nieznaną) ilość wspólnych pieniędzy. Następnie dokonywano różnych operacji. Mamy zapiski z tych rozliczeń (dane wejściowe). `IN` k ($k \leqslant 20$) oznacza, że do grupy dołączyło k nowych osób. Wtedy podzielono wspólną kwotę przez liczbę osób przed przystąpieniem i nowe osoby musiały taką kwotę dopłacić do wspólnej kasy (żeby każdy miał równy wkład). `OUT` k ($k \leqslant 20$) oznacza, że z grupy wystąpiło k osób. Wtedy podzielono wspólną kwotę przez liczbę osób i odchodzące osoby dostały swoją część. `COLLECT` k ($k \leqslant 200$) oznacza, że każda osoba z grupy wpłaciła do wspólnej kasy k złotych. `PAY` k ($k \leqslant 2000$) oznacza, że ze wspólnej kasy wydano k złotych. Tak się szczęśliwie złożyło, że w każdym momencie wpłacono lub wypłacano całkowitą liczbę złotych. W każdym momencie w grupie była przynajmniej jedna osoba. Liczba operacji $\leqslant 50$. Ile mogło być osób na początku? Odpowiedź może być postaci: jest $k \geqslant 0$ możliwych odpowiedzi (należy podać wszystkie) lub jest nieskończenie wiele odpowiedzi (należy podać najmniejszą).